

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ГАЗОЖИДКОСТНОГО ПОТОКА В ЛЕДЯНОМ КАНАЛЕ

*Тазетдинов Б.И. канд. физ. – мат. наук
г. Бирск, ФГБОУ ВО Бирский филиал БашГУ*

В настоящее время большой интерес представляет изучение образования природных ям в зоне вечной мерзлоты. Проведенные экспедиции показали, что образования таких ям, сопровождаемые выбросом пород, не имеют карстовую природу. Возникновение кратеров обязано лавинному выбросу газа в узле пересечения тектонических разломов. Одной из причин объяснения этого явления является разрушение газовых гидратов на глубине 60-80 м, которое приводит к многократному росту пластового давления и, как следствие, выбросу грунта и льда [1, 2]. Установление причин и механизмов образования таких ям представляет актуальное направление исследований.

Рассмотрим процесс образования цилиндрического канала в ледяной породе. Пусть в пласте в начальный момент времени имеется полость, в нижней части которой находится газ под высоким давлением $p_{\text{СКВ}}$ при температуре $T_{\text{СКВ}}$, на поверхности давление равно атмосферному $p_{\text{атм}}$ при температуре $T_{\text{атм}}$. Ось z направим вертикально вверх. Вследствие разности давлений ($p_{\text{СКВ}} > p_{\text{атм}}$) прохождение газа через ледяной цилиндрический канал будет сопровождаться увеличением его радиуса. Поэтому задачу о росте цилиндрического канала можно рассмотреть в рамках задачи о движении газа через ледяной канал переменного сечения.

Запишем уравнения масс для жидкой и газовой фаз в односкоростном приближении:

$$\frac{dm_l}{dz} = 2\pi a j_l, \quad \frac{dm_g}{dz} = 0, \quad m_i = S w \rho_i^0 \alpha_i, \quad (1)$$
$$S = \pi a^2, \quad \alpha_g + \alpha_l = 1.$$

Здесь w – среднемассовая скорость, ρ_i^0 , m_i и α_i – истинная плотность, массовый расход и объемное содержание k -ой фазы (нижний индекс $k = g, l$ относится к газовой и жидким фазам), j_l – массовая интенсивность поступления воды, S и a – площадь поперечного сечения и радиус канала соответственно. Будем считать массовый расход газа постоянным $m_g = m_{g0} = \text{const}$.

Уравнение импульсов для рассматриваемого течения газа в стационарном приближении может быть записано в виде

$$\frac{d(mw)}{dz} = -S \frac{dp}{dz} - S \rho g - 2\pi a f, \quad (2)$$

где p – давление, f – сила гидравлического трения, отнесенная на единицу длины канала.

Силу трения между потоком и стенками канала примем в виде [3]

$$f = 2\pi a \tau, \quad \tau = \lambda \frac{\rho_g w_g^2}{8},$$

здесь τ – сила гидравлического трения, отнесенная на единицу площади внутренней поверхности трубопровода, λ – коэффициент гидравлического сопротивления.

Уравнение для изменения полной энергии запишем в виде

$$\frac{d}{dz} \left(m \left(u + \frac{w^2}{2} \right) \right) = - \frac{d}{dz} (pSw) + 2\pi a j_l c T - S \rho_g w - 2\pi a q, \quad (3)$$

$$c = c_g (1 - \chi) + c_l \chi, \quad \chi = \frac{\rho_l^0 \alpha_l}{\rho}, \quad \rho = \rho_g (1 - \alpha_l) + \rho_l^0 \alpha_l.$$

Здесь u – удельная внутренняя энергия газо-жидкостного потока; q – тепловой поток, отнесенный на единицу поверхности канала; c – теплоемкость газожидкостного потока; χ – удельная массовая доля жидкости в составе потока.

Примем для всего газового потока в целом уравнение Клапейрона–Менделеева

$$p_g = \rho_g R_g T. \quad (4)$$

Для учета нагрева окружающего канала, состоящего из льда, примем уравнение теплопроводности

$$\rho_i c_i \frac{\partial T_i}{\partial t} = \lambda_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2}, \quad (5)$$

где ρ_i , c_i , λ_i плотность, удельная теплоемкость и теплопроводность льда.

На границе канала выполняется условие баланса тепла

$$j_l l_i = q_1 - q_2, \quad (6)$$

$$q_1 = \beta (T - T_a), \quad q_2 = \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial x},$$

здесь q_1 , q_2 – тепловые потоки к границе разложения со стороны газо-жидкостного потока и ледяной породы, $j_l = j_i$ – интенсивность разложения льда, l_i – теплота плавления льда, β – коэффициент конвективного теплообмена.

Для упрощения температуру на границе канала примем постоянной и равной температуре разложения льда $T_a = 273\text{K}$, на некотором расстоянии от скважины $r = H_{\max}$ примем условие отсутствия тепловых потоков.

Примем, что скорость выхода газа к поверхности равняется скорости звука в местной среде $z = H$, $w_e = \sqrt{\gamma p_e / \rho_e}$.

На границе $z = 0$ температура равна $T = T_{\text{СКВ}}$, давление $p = p_{\text{СКВ}}$.

Таким образом, система уравнений (1)–(6) позволяет моделировать течение газожидкостного потока по ледяному каналу.

Литература

1. Эпов М.И., Ельцов И.Н., Потапов В.В., Кушнарченко О.Н., Плотников А.Е., Сеницкий А.И. Бермудский треугольник Ямала // Наука из первых рук. 2014. №5 (59). С. 14-23
2. Богоявленский В.И. Угроза катастрофических выбросов газа из криолитозоны Арктики. Воронки Ямала и Таймыра // Бурение и нефть. 2014. №10. С. 4–8.
3. Петухов Б.С. Вопросы теплообмена. Избранные труды. М.: Наука, 1987. 278 с.